Analisi Matematica 1, Ing. Gestionale 2023-2024 (787AA)
Appello I

08/01/2024

ANALISI MATEMATICA 1, ING. GESTIONALE (787AA), APPELLO 1, 08-01-24

NOME E COGNOME: ______________________ **MATRICOLA:** ______________

Durata: 1h20. Nessun materiale è consultabile. Nessun device deve essere usato.

Parte 1, VERSIONE A

1. Determinare l'insieme di definizione di $f(x) = \sqrt{2\cos^2(2x) - 1}$ in $[0, \pi]$.

   Sol. $x \in [0, \pi/8]$, $x \in [3\pi/8, 5\pi/8]$, $x \in [7\pi/8, \pi]$.

2. Utilizzando il teorema della media integrale, si calcoli $\ell = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\int_{1+2h}^{1+4h} f(x)dx$, sapendo che f è continua e che $f(1) = \frac{1}{2}$.

   Sol. $\ell = 1$.

3. Calcolare la derivata di $f(x) = (\frac{\sin x}{\tan x} + \cos x)^x$.

   Sol. $f'(x) = (2\cos x)^x \Bigg(\log(2\cos x) - x\tan x \Bigg)$

4. Dire, giustificandolo, se la funzione $f(x) = e^x(\arctan x + \arccos x + \arcsin x)$ ammette massimo e minimo assoluti sull'intervallo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

   Sol. Sì, per il teorema di Weierstrass.

5. Ordinare, secondo la relazione $\ll$, le seguenti funzioni per $x \to +\infty$

$$\underbrace{e^{x^2}}_{a}, \quad \underbrace{(\sin(1/x))^{-4}}_{b}, \quad \underbrace{\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x^2}}_{c}, \quad \underbrace{x^x}_{d}.$$

   Sol. $b \ll c \ll d \ll a$.

6. Dire se la funzione $f(x) = \log(1 + x^4)$ è invertibile su $(-a, a)$, dove a è un numero reale positivo ($a > 0$).

   Sol. No (non iniettiva).

7. Si trovi la soluzione di $x' - (1 + 4x^2)e^{-t} = 0$ con $x(0) = 0$.

   Sol. $x(t) = \frac{1}{2}\tan(2 - 2e^{-t})$.

8. Determinare gli intervalli di monotonia e di convessità della funzione $f(x) = \int_0^x e^{-y^2}dy$.

   Sol. $f'(x) = e^{-x^2}$, $f''(x) = -2xe^{-x^2}$. Crescente su $\mathbb{R}$, concava per $x \geq 0$, convessa per $x \leq 0$.

9. Calcolare l'integrale indefinito $\frac{1}{3}\int \frac{1+\sqrt[3]{\cos^2 x}}{1+\sqrt[3]{\cos x}}\sin x dx$. (Può essere utile il cambio di variabile $y = \sqrt[3]{\cos x}$.)

   Sol. $-\frac{1}{4}(\cos x)^{4/3} + \frac{1}{3}\cos x - (\cos x)^{2/3} + 2(\cos x)^{1/3} - 2\log|(\cos x)^{1/3} + 1| + c$.

10. Descrivere come cambia il grafico di una funzione $f(x)$ se si considera $g = -f(x+1)$.

    Sol. La g è la traslata a sinistra di 1 di f, ribaltata simmetricamente rispetto all'asse delle ascisse.

ANALISI MATEMATICA 1, ING. GESTIONALE (787AA), APPELLO 1, 08-01-24

NOME E COGNOME: ______________________ **MATRICOLA:** ______________

Durata: 1h20. Nessun materiale è consultabile. Nessun device deve essere usato.

Parte 1, VERSIONE B

1. Determinare l'insieme di definizione di $f(x) = \sqrt{2\sin^2(2x) - 1}$ in $[0, \pi]$.

   Sol. $x \in [\pi/8, 3\pi/8]$, $x \in [5\pi/8, 7\pi/8]$.

2. Utilizzando il teorema della media integrale, si calcoli $\ell = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\int_{-h}^{h}(1 - f^2(x))dx$, sapendo che f è continua e che $f(0) = 1$.

   Sol. $\ell = 0$.

3. Calcolare la derivata di $f(x) = (\tan x + 2)^x$.

   Sol. $f'(x) = (\tan x + 2)^x \left(\log(\tan x + 2) + \frac{x(1+\tan^2 x)}{2+\tan x} \right)$.

4. Dire se la funzione $f(x) = \log x(\arctan x + \cos^2 x)$ ammette massimo e/o minimo assoluti sull'intervallo $(0, 1]$.

   Sol. La funzione è non-positiva e $f(1) = 0$, quindi ha massimo, ed è illimitata inferiormente ($\inf f = -\infty$) poiché $\lim_{x\to 0^+} f = -\infty$.

5. Ordinare, secondo la relazione $\ll$, le seguenti funzioni per $x \to +\infty$

$$\underbrace{x^3}_{a}, \quad \underbrace{(\sin(1/x))^{-2}}_{b}, \quad \underbrace{1/x}_{c}, \quad \underbrace{xe^{-x^2}}_{d}.$$

   Sol. $d \ll c \ll b \ll a$.

6. Dire se la funzione $f(x) = x^6$ è invertibile su $(-a, a)$, dove a è un numero reale positivo ($a > 0$) .

   Sol. No (non iniettiva).

7. Si trovi la soluzione di $x' - t(1 + x^2)e^{-t^2} = 0$ con $x(0) = 0$.

   Sol. $x(t) = \tan(\frac{1}{2} - \frac{e^{-t^2}}{2})$

8. Determinare gli intervalli di monotonia e di convessità della funzione $f(x) = \int_{-x}^{0} e^{-y^2}dy$.

   Sol. $f'(x) = -e^{-x^2}$, $f''(x) = 2xe^{-x^2}$. Decrescente su $\mathbb{R}$, concava in $x \le 0$, convessa in $x \ge 0$.

9. Calcolare l'integrale indefinito $\frac{1}{3}\int \frac{1 + \sqrt[3]{\sin^2 x}}{2 + \sqrt[3]{\sin x}} \cos x dx$. (Può essere utile il cambio di variabile $y = \sqrt[3]{\sin x}$.)

   Sol. $\frac{1}{4}(\sin x)^{4/3} - \frac{2}{3}\sin x + \frac{5}{2}(\sin x)^{2/3} - 10(\sin x)^{1/3} + 20\log|(\sin x)^{1/3} + 2|$.

10. Descrivere come cambia il grafico di una funzione $f(x)$ se si considera $g(x) = |f(x - 1)|$.

    Sol. La g è la traslata a destra di 1 di f, con la parte negativa ribaltata simmetricamente rispetto all'asse delle ascisse.

ANALISI MATEMATICA 1, ING. GESTIONALE (787AA), APPELLO 1, 08-01-24

NOME E COGNOME: ______________________ **MATRICOLA:** ______________

Durata: 1h20. Nessun materiale è consultabile. Nessun device deve essere usato.

Parte 1, VERSIONE C

1. Determinare l'insieme di definizione di $f(x) = \sqrt{3 - 4\cos^2(2x)}$ in $[0, \pi]$.

   Sol. $x \in [\pi/12, 5\pi/12]$, $x \in [7\pi/12, 11\pi/12]$.

2. Utilizzando il teorema della media integrale, si calcoli $\ell = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h^2} \int_{-h^2}^{h^2} f(x)dx$, sapendo che f è continua e che $f(0) = 3$.

   Sol. $\ell = 6$.

3. Calcolare la derivata di $f(x) = x^{\cos x \tan x + \sin x}$.

   Sol. $f'(x) = x^{2\sin x}\left(2\cos x \log x + \frac{2\sin x}{x}\right)$.

4. Dire se la funzione $f(x) = \frac{e^{-x}}{1+\arctan x}$ ammette massimo e minimo assoluti sull'intervallo $[0, 1]$.

   Sol. Sì, per il teorema di Weierstrass.

5. Ordinare, secondo la relazione $\ll$, le seguenti funzioni per $x \to +\infty$

$$\underbrace{x^x}_{a}, \quad \underbrace{e^{-x^2}}_{b}, \quad \underbrace{(\sin(1/\sqrt{x}))^2}_{c}, \quad \underbrace{\log(1 + \log x)}_{d}.$$

   Sol. $b \ll c \ll d \ll a$.

6. Dire se la funzione $f(x) = x^5$ è iniettiva su $(-a, a)$, dove a è un numero reale positivo ($a > 0$).

   Sol. Sì.

7. Si trovi la soluzione di $x' + t^2(1 + x^2)e^{t^3} = 0$ con $x(0) = 0$.

   Sol. $x(t) = \tan(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}e^{t^3})$.

8. Determinare gli intervalli di monotonia e di convessità della funzione $f(x) = \int_{-x}^{x} e^{-y^2} dy$.

   Sol. $f(x) = 2\int_0^x e^{-y^2} dy$. Quindi $f'(x) = 2e^{-x^2}$, $f''(x) = -4xe^{-x^2}$. Crescente su $\mathbb{R}$, concava per $x \geq 0$, convessa per $x \leq 0$.

9. Calcolare l'integrale indefinito $\frac{1}{3}\int \frac{1 + \sqrt[3]{\sin^2 x}}{1 + \sqrt[3]{\sin x}} \cos x dx$. (Può essere utile il cambio di variabile $y = \sqrt[3]{\sin x}$.)

   Sol. $\frac{1}{4}(\sin x)^{4/3} - \frac{1}{3}\sin x + (\sin x)^{2/3} - 2(\sin x)^{1/3} + 2\log|(\sin x)^{1/3} + 1| + c$.

10. Descrivere come cambia il grafico di una funzione $f(x)$ se si considera $g(x) = f(x - 2) + 1$.

    Sol. La g è la traslata a destra di 2 e verticalmente di 1 di f.

ANALISI MATEMATICA 1, ING. GESTIONALE (787AA), APPELLO 1, 08-01-24

NOME E COGNOME: ______________________ **MATRICOLA:** ______________

Durata: 1h20. Nessun materiale è consultabile. Nessun device deve essere usato.

Parte 1, VERSIONE D

1. Determinare l'insieme di definizione di $f(x) = \sqrt{3 - 4\sin^2(2x)}$ in $[0, \pi]$.

   Sol. $x \in [0, \pi/6]$, $x \in [5\pi/12, 7\pi/12]$, $x \in [11\pi/12, \pi]$.

2. Utilizzando il teorema della media integrale, si calcoli $\ell = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \int_{1-h}^{1+h} f^4(x)dx$, sapendo che f è continua e che $f(1) = \sqrt{2}$.

   Sol. $\ell = 8$

3. Calcolare la derivata di $f(x) = x^{\sin x/\tan x + \cos x}$.

   Sol. $f'(x) = x^{2\cos x}\left(\frac{2\cos x}{x} - 2\sin x \log x\right)$.

4. Dire se la funzione $f(x) = \frac{10}{\log(2+x)}$ ammette massimo e minimo assoluti sull'intervallo $(0, 1)$.

   Sol. La funzione è monotona decrescente, non ha max né min, ma sup e inf finiti.

5. Ordinare, secondo la relazione $\ll$, le seguenti funzioni per $x \to +\infty$

$$\underbrace{(\log(1 + 1/x))^{-4}}_{a}, \quad \underbrace{10^{-x}}_{b}, \quad \underbrace{\frac{x^4}{1 - \cos(1/x)}}_{c}, \quad \underbrace{e^{-x\log 20}}_{d}.$$

   Sol. $d \ll b \ll a \ll c$.

6. Dire se la funzione $f(x) = x^6$ è iniettiva su $[0, a]$, dove a è un numero reale positivo ($a > 0$).

   Sol. Sì.

7. Si trovi la soluzione di $x' + t^3(1 + x^2)e^{t^4} = 0$ con $x(0) = 0$.

   Sol. $x(t) = \tan(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{t^4})$.

8. Determinare gli intervalli di monotonia e di convessità della funzione $f(x) = -\int_{-x}^{x} e^{-y^2} dy$.

   Sol. $f(x) = -2\int_0^x e^{-y^2} dy$. Quindi $f'(x) = -2e^{-x^2}$, $f''(x) = 4xe^{-x^2}$. Decrescente su $\mathbb{R}$, concava per $x \leq 0$, convessa per $x \geq 0$.

9. Calcolare l'integrale indefinito $\frac{1}{3}\int \frac{1 + \sqrt[3]{\cos^2 x}}{2 + \sqrt[3]{\cos x}} \sin x dx$. (Può essere utile il cambio di variabile $y = \sqrt[3]{\cos x}$.)

   Sol. $-\frac{1}{4}(\cos x)^{4/3} + \frac{2}{3}\cos x - \frac{5}{2}(\cos x)^{2/3} + 10(\cos x)^{1/3} - 20\log|(\cos x)^{1/3} + 2|$.

10. Descrivere come cambia il grafico di una funzione $f(x)$ se si considera $g(x) = -f(x + 1)$.

    Sol. La g è la traslata a sinistra di 1 di f, ribaltata rispetto all'asse delle ascisse.

ANALISI MATEMATICA 1, ING. GESTIONALE (787AA), APPELLO 1, 08-01-24

NOME E COGNOME: ______________________ **MATRICOLA:** ______________

Durata: 2h. Nessun materiale è consultabile. Nessun device deve essere usato.

Parte 2, VERSIONE I

1. Sia data la funzione $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
Determinarne dominio, simmetrie, inf e sup, massimi e minimi relativi e assoluti, intervalli di monotonia e convessità.
Disegnarne infine il grafico sugli assi cartesiani.
Determinare sulla curva $y = \frac{1}{1+x^2}$ i punti per i quali la tangente al grafico in tali punti formi con l'asse delle ascisse un angolo compreso tra $(-\pi/2, \pi/2)$ il cui valore assoluto sia massimo.
Calcolare l'area sottesa alla curva nell'intervallo che ha come estremi le ascisse dei due punti prima determinati.

2. Sia data l'equazione differenziale $x'' + 2x' + x = e^{-t}$.
Determinare la soluzione generale di tale equazione.
Quale è la parte principale della soluzione per $t \to -\infty$.
Si determinino i coefficienti c_1 e c_2 tali che $x(0) = 1$ e $x'(0) = 1$.
Per i valori di c_1 e c_2 trovati, si scriva lo sviluppo di Taylor in un intorno di $t = 0$ fino al secondo ordine della soluzione.

Sol. 1 $f(x)$ è definita su tutto $\mathbb{R}$, è pari, è definita positiva, e tende a 0^+ per $x \to \pm\infty$ (asse delle ascisse è asintoto orizzontale), non prende mai valore zero, quindi inf $f = 0$. La finzione è limitata da 1 e prende valore 1 in $x = 0$. La derivata è $f'(x) = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}$ con $f'(x) = 0$ se e solo se $x = 0$ e $f'(x) > 0$ per $x > 0$ e $f'(x) < 0$ per $x < 0$, quindi $x = 0$ punto di massimo relativo e per quanto detto prima di massimo assoluto, con f crescente su $\mathbb{R}^-$ e decrescente su $\mathbb{R}^+$. Per gli intervalli di convessitá studiamo la derivata seconda. $f''(x) = \frac{6x^2-2}{(1+x^2)^3}$, quindi $f''(x) = 0$ se $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$. La funzione è quindi concava in $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ e convessa in $(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$. Dato un punto (x, y) sul grafico di f, la tangente nel punto ha pendenza $f'(x)$, quindi la tangente dell'angolo che tale retta forma con l'asse delle ascisse è $\alpha = \arctan(f'(x))$. Osserviamo che essendo in $\mathbb{R}^+$ la funzione decrescente ($f' < 0$), l'angolo in questione sarà compreso in $(-\pi/2, 0)$. Quindi α sarà massimo in valore assoluto quando α è minimo. Per studiare i punti di massimo e minimo di f' studiamo il segno della derivata prima di f', ovvero la derivata seconda di f, cosa già fatta sopra. Quindi nel punto di ascissa $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e per simmetria $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ si avranno i punti cercati. In conclusione $(\pm\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{3}{4})$ sono i due punti sul grafico di f che massimizzano il valore assoluto dell'angolo che la retta tangente al grafico forma con l'asse delle ascisse. Per l'area, bisogna calcolare

$$\int_{-\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{1}{1+x^2} dx = 2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{1}{1+x^2} dx = 2\arctan(\frac{\sqrt{3}}{3}) = \pi/3.$$

Sol. 2 La soluzione dell'omogenea associata è data da $x_{om}(t) = c_1 e^{-t} + c_2 t e^{-t}$, utilizzando il fatto che le radici del polinomio caratteristico $p(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda + 1 = (\lambda + 1)^2$ ha due radici reali coincidenti, ovvero $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$, che coincide con $m = -1$ di e^{mt}, che è il termine non-omogeneo. La soluzione della non omogenea va cercata dunque tra le funzioni del tipo $\tilde{x}(t) = \alpha t^2 e^{-t}$. SI ottiene dunque che $\alpha = \frac{1}{2}$ e quindi

$$x(t) = c_1 e^{-t} + c_2 t e^{-t} + \frac{1}{2} t^2 e^{-t}.$$

La parte principale è $\frac{1}{2} t^2 e^{-t}$. Risolviamo le equazioni

$$1 = x(0) = c_1 \quad \text{e} \quad 1 = x'(0) = -c_1 + c_2$$

quindi $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$. Consideriamo quindi $x(t) = e^{-t} + 2te^{-t} + \frac{1}{2}t^2 e^{-t}$. Per $t \to 0$ si ha

$$x(t) = e^{-t} + 2te^{-t} + \frac{1}{2}t^2 e^{-t} = (1 - t + \frac{t^2}{2} + o(t^2)) + 2t(1 - t + \frac{t^2}{2} + o(t^2)) + \frac{t^2}{2}(1 - t + \frac{t^2}{2} + o(t^2)) = 1 + t - t^2 + o(t^2).$$

ANALISI MATEMATICA 1, ING. GESTIONALE (787AA), APPELLO 1, 08-01-24

NOME E COGNOME: ______________________ MATRICOLA: ______________

Durata: 2h. Nessun materiale è consultabile. Nessun device deve essere usato.

Parte 2, VERSIONE II

1. Sia data la funzione $f(x) = \frac{2x^2+2x-3}{e^x}$. Determinarne dominio, simmetrie, inf e sup, massimi e minimi relativi e assoluti, intervalli di monotonia e convessità. Disegnarne infine il grafico sugli assi cartesiani.
   Detti x_1 il punto di minimo relativo e x_2 il punto di massimo relativo, si determini l'area sottesa al grafico della curva $y = |f(x)|$.

2. Sia data l'equazione differenziale $x'' + 3x' - 10x = e^{2t} + t^2$.
   Determinare la soluzione generale di tale equazione.
   Quale è la parte principale della soluzione per $t \to +\infty$.
   Si determinino i coefficienti c_1 e c_2 tali che $x(t) \sim 3e^{-5t}$ per $t \to -\infty$ e $e^{-2t}x(t) - \frac{t}{7} \sim 1$ per $t \to +\infty$.
   Per $c_1 = c_2 = 1$, si scriva lo sviluppo di Taylor in un intorno di $t = 0$ fino al secondo ordine della soluzione dell'equazione omogenea.

Sol. 1 Il dominio è $\mathbb{R}$. La funzione non ha né simmetria pari né dispari. Si ha che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, (quindi la retta di equazione $y = 0$ è asintoto orizzontale), e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, quindi la funzione è illimitata superiormente, ovvero $\sup f = +\infty$. La funzione si annulla se $2x^2 + 2x - 3 = 0$, ovvero se $x = \frac{-1\pm\sqrt{7}}{2}$. Inoltre $f > 0$ se $x \in (-\infty, \frac{-1-\sqrt{7}}{2})$ o se $x \in (\frac{-1+\sqrt{7}}{2}, +\infty)$. La derivata di $f(x)$ è

$$f'(x) = -e^{-x}(2x^2 - 2x - 5).$$

Si ha che $f'(x) = 0$ se e solo se $x = \frac{1\pm\sqrt{11}}{2}$ e $f' > 0$ se $x \in (\frac{1-\sqrt{11}}{2}, \frac{1+\sqrt{11}}{2})$ e $f' < 0$ se $x \in (-\infty, \frac{1-\sqrt{11}}{2})$ o $x \in (\frac{1+\sqrt{11}}{2}, +\infty)$. Quindi $x = \frac{1-\sqrt{11}}{2}$ è un punto di minimo (relativo) e $x = \frac{1+\sqrt{11}}{2}$ è un punto di massimo (relativo). Osserviamo che

$$f(\frac{1-\sqrt{11}}{2}) < 0,$$

quindi $\frac{1-\sqrt{11}}{2}$ è un punto di minimo assoluto.

$$f''(x) = e^{-x}(2x^2 - 6x - 3),$$

quindi $f''(x) = 0$ se e solo se $x = \frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$ e la funzione è concava per $x \in (\frac{3-\sqrt{15}}{2}, \frac{3+\sqrt{15}}{2})$ e convessa altrimenti. Osserviamo che $\frac{-1-\sqrt{7}}{2} < \frac{1-\sqrt{11}}{2}$ quindi l'integrale da calcolare è

$$\int_{x_1}^{x_2} |f(x)|dx = -\int_{\frac{1-\sqrt{11}}{2}}^{\frac{-1+\sqrt{7}}{2}} f(x)dx + \int_{\frac{-1+\sqrt{7}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{11}}{2}} f(x)dx,$$

che si riduce a calcolare la primitiva di $f(x)$. Applicando il metodo di integrazione per parti si ottiene che una primitiva di f è

$$F(x) = -e^{-x}(2x^2 + 6x + 3),$$

da cui segue il risultato.

Sol. 2 Il polinomio caratteristico è $p(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda - 10 = (\lambda + 5)(\lambda - 2)$, con radici $\lambda_1 = -5$ e $\lambda_2 = 2$. Quindi soluzione dell'omogenea è $x_{om}(t) = c_1e^{-5t} + c_2e^{2t}$. Si ha che $x_{om}(t) = 2 - 3t + \frac{29}{2}t^2 + o(t^2)$. Osserviamo che uno dei termini non omogenei è del tipo e^{mt} con $m = \lambda_2$, quindi una soluzione particolare della non omogenea va cercata della forma $\tilde{x} = \alpha te^{2t} + q(t)$, dove $q(t) = at^2 + bt + c$. Svolgendo i calcoli si ha che $\alpha = \frac{1}{7}$ e $q(t) = -\frac{1}{10}t^2 - \frac{3}{50}t - \frac{19}{500}$, quindi

$$x(t) = c_1e^{-5t} + c_2e^{2t} + \frac{1}{7}te^{2t} - \frac{1}{10}t^2 - \frac{3}{50}t - \frac{19}{500}.$$

Parte principale, per $t \to \infty$, è $\frac{1}{7}te^{2t}$.

$$1 = \lim_{t\to-\infty} \frac{x(t)}{3e^{-5t}} = \lim_{t\to-\infty} \frac{c_1e^{-5t} + c_2e^{2t} + \frac{1}{7}te^{2t} - \frac{1}{10}t^2 - \frac{3}{50}t - \frac{19}{500}}{3e^{-5t}} = \frac{1}{3}c_1$$

quindi $c_1 = 3$. Similmente,

$$1 = \lim_{t\to+\infty}\left(e^{-2t}x(t) - \frac{t}{7}\right) = \lim_{t\to+\infty}\left(e^{-2t}\left(c_1e^{-5t} + c_2e^{2t} + \frac{1}{7}te^{2t} - \frac{1}{10}t^2 - \frac{3}{50}t - \frac{19}{500}\right) - \frac{t}{7}\right) = \lim_{t\to+\infty} c_2 = c_2$$

quindi $c_2 = 1$. Per $c_1 = c_2 = 1$ si ha che, per $t \to 0$,

$$x_{om}(t) = 2 - 3t + \frac{29}{2}t^2 + o(t^2).$$